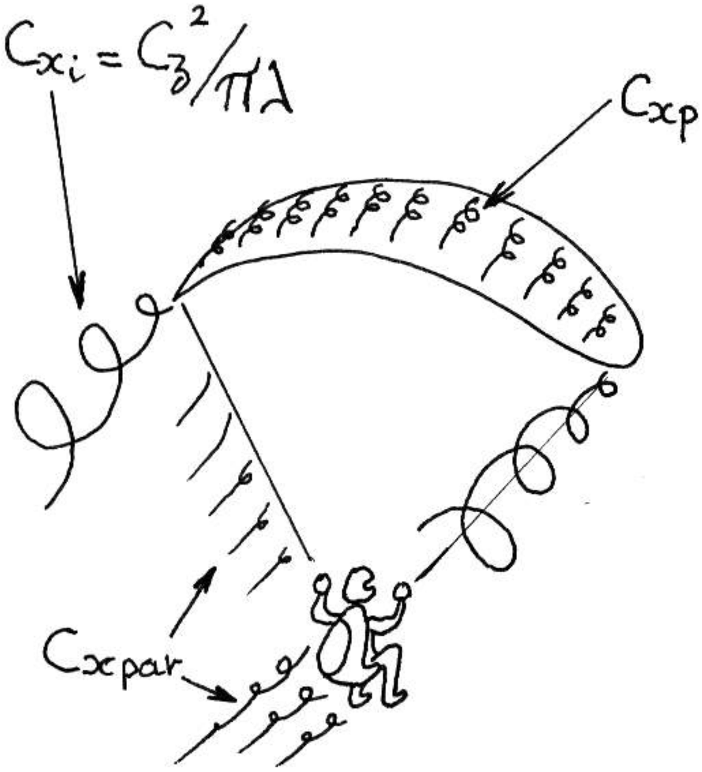
La finesse, question de surface ?

Olivier Caldara
Bio Air Technologies
http://www.bio-air-technologies.com
oliv.calda@club-internet.fr
olivier.caldara@dassault-aviation.com

Parution Vol Libre n° 323 Juin 2003

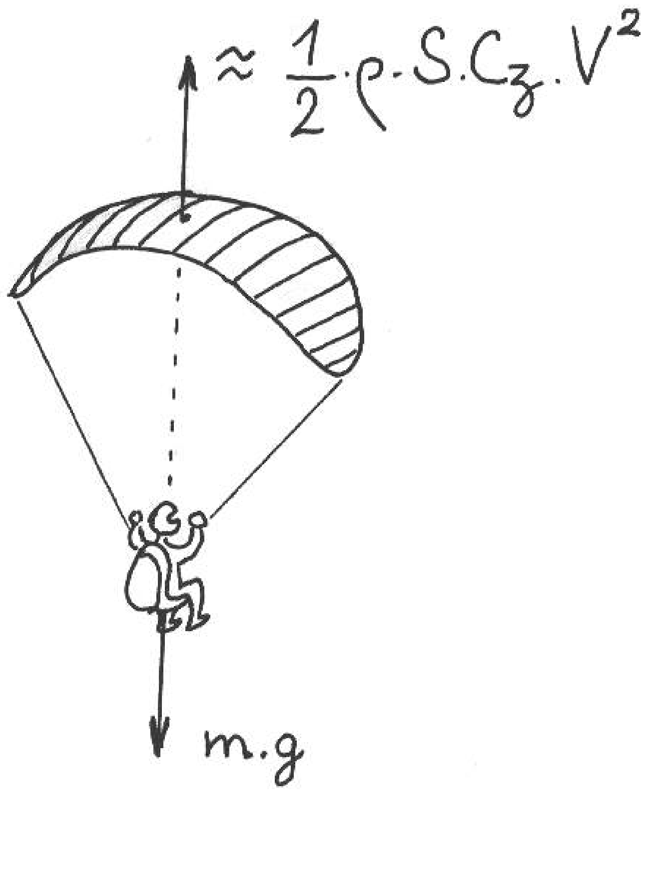


La finesse, question de surface ?

Lors de l'achat d'une nouvelle voile, qui ne s'est pas demandé quelle surface choisir ? Si les fourchettes de poids préconisées par les constructeurs sont à respecter au pied de la lettre ? Certains, un peu observateurs, ont par ailleurs remarqué que les "grandes surfaces" sont en général plus performantes que les petites, à définition équivalente. Cela est aussi corroboré par la finesse en moyenne plus importante des biplaces par rapport aux monoplaces, toujours à définition équivalente. Le but de ce qui suit est de tenter d'expliquer simplement le pourquoi de cet état de fait, qui semble difficilement explicable a priori. A la suite de cette explication, je généraliserai l'analyse à tous les aéronefs de vol libre et de vol à voile, en démontrant que les règles aujourd'hui utilisées pour la conception des parapentes le sont depuis longtemps dans tous les domaines aéronautiques, où la recherche de l'optimal en terme de traînée et de finesse est un leitmotiv permanent.

<u>Question de surface, un peu d'histoire :</u>

Si l'on remonte quelque 12/15 ans en arrière, et que l'on analyse l'évolution des performances des parapentes, on ne peut qu'être frappé par l'évolution parallèle des surfaces, outre celle des allongements, comme le montre le comparatif du tableau 1, tiré de l'excellent site para2000.org. Cette évolution peut être analysée en se référençant à l'équation de portance (équilibre du poids et de la RFA, fig. 1) :



$$m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot \sqrt{Cz^2 + Cx^2}$$

$$m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot Cz \sqrt{1 + \frac{1}{f^2}}$$, f étant la finesse.

$$m \cdot g \approx \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot Cz$$, à 2% près si f>5

Cette équation permet de constater que pour une vitesse de définition et une masse données, le produit $S \cdot Cz$ de la surface par le coefficient de portance est fixé, et que l'on peut a priori choisir indifféremment une petite surface avec un Cz élevé, ou l'inverse. A l'époque, les concepteurs pensaient que les profils devaient être très porteurs, pour "descendre moins vite" et augmenter la finesse.

	Brizair 88	Sigma 2 26	Saphir Gradient	Proton GT M	Boomerang 3
Année	1988	1992	1997	2001	2003
Surface	23 m²	26 m²	27.3 m²	26.9 m²	25.6 m²
Allongement	2.6	4.	5.5	5.9	6.2
P.T.V.	70/90 kg	75 / 95 kg	75 / 95 kg	80 / 100 kg	85 / 100 kg
Vmax / Vmin	38 / 20 km/h	42 / 21 km/h	44 / 22 km/h	54 / 24 km/h	60 / 25 km/h
Finesse	3.5 – 4.	6. – 6.5	7.5 – 7.9	8.6 – 8.9	9.1 – 9.4

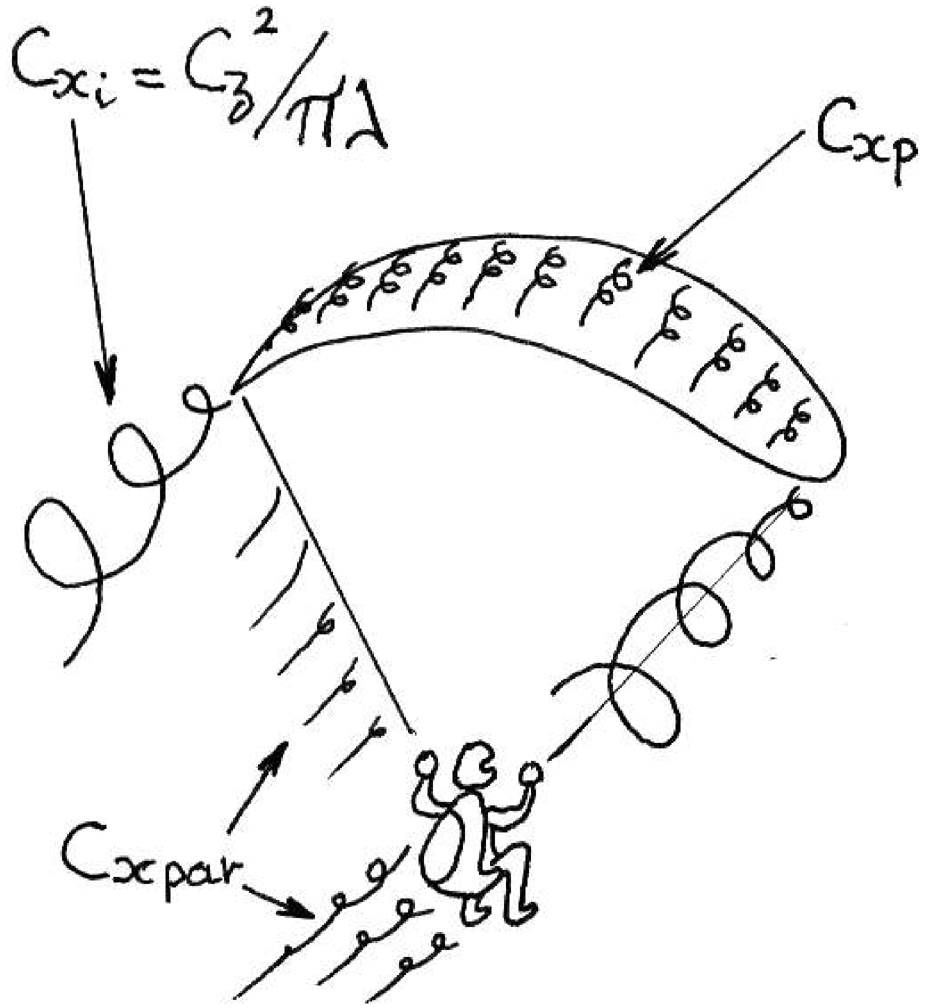
Tableau 1

Les surfaces étaient donc très réduites (23 m² pour un poids total volant de 90 kg pour la Brizair 88). Les profils étaient tellement porteurs et les parapentes volaient avec un Cz si élevé que les vitesses de définition étaient faibles, pour ne pas trop réduire la surface. Nous verrons plus loin que ce calcul était malheureusement erroné, de surcroît compte tenu de l'allongement très faible. Au fur et à mesure des expérimentations diverses, une évolution "darwinienne" a favorisé l'augmentation des surfaces en même temps que celle des allongements et des performances. Les surfaces recommencent à se réduire aujourd'hui car les concepteurs ayant pris la mesure des différents paramètres d'optimisation favorisent la performance à vitesse élevée au détriment de la performance maximale pure. Cette évolution depuis 10 ans ne doit cependant rien au hasard, et aurait pu être probablement plus rapide. Nous allons le constater maintenant en analysant l'expression de la finesse et ses différentes composantes, que nous pourrons faire varier pour "sentir" le poids de chacune.

Les composantes de la performance :

La finesse peut s'exprimer par le rapport Cz/Cx :

$f=\frac{Cz}{Cx}$, avec $Cz\approx 2\cdot\frac{m\cdot g}{\rho\cdot V^2\cdot Sp}$, Sp étant la surface projetée, obtenue en divisant la surface réelle S par le rapport de surface rs, supérieur à 1 et en général supérieur à 1.1 (10% d'aplatissement étant déjà une valeur très faible, trouvée sur les voiles de compétition). Le Cx est quant à lui la somme de trois termes (voir figure 2) :



$$Cx=Cx_{induit}+Cx_{profil}+Cx_{parasite}$$, avec

- $Cx_{induit}=\frac{Cz^2}{\pi\cdot\lambda}$, représentant la traînée induite par la portance, par le contournement de l'écoulement aux extrémités de l'aile qui entraîne deux tourbillons marginaux et une surface de tourbillons au bord de fuite (voir article sur la turbulence). Elle est d'autant plus faible que le Cz est faible, et que l'allongement λ est grand.

- Cx_{profil} , représentant la traînée de frottement sur la surface de la voile, elle dépend principalement de la "propreté" de l'écoulement sur le profil (donc de la propreté de la voilerie…), et des caractéristiques du profil (polaire). A ce sujet, il est à mon avis illusoire de considérer des polaires de profil en écoulement laminaire (sans turbulence) dans le cas d'un parapente, car en général la laminarité n'est obtenue que pour des états de surface très lisses, au niveau de celui d'un planeur, ou d'un swift pour le vol libre.
- $Cx_{parasite}=\frac{T_{parasite}}{S}$, représentant la traînée parasite du pilote et des suspentes. La trainée Tparasite étant indépendante de la surface portante, on la rapporte à la surface S de la voile pour obtenir un coefficient sans dimension comparable aux deux coefficients précédents. La traînée d'un pilote assis est d'environ 0.4 m², et celle d'un pilote en cocon de 0.25 m² (mesures en soufflerie, voir à ce sujet l'excellent, mais déjà ancien, livre d'Hubert Aupetit "Traité de pilotage et de mécanique du vol"). La traînée des suspentes est proportionnelle à leur longueur, d'environ 0.1 m² pour 100 m, ce qui donne 0.35 à 0.5 m² suivant que le suspentage est clairsemé ou non. La traînée parasite est donc de l'ordre de 0.6 à 0.9 m². Le Cx parasite est lui d'autant plus petit que la surface S est élevée.

On démontre que la finesse est maximale lorsque la traînée induite est égale à la traînée de profil, ce qui permet de trouver le Cz optimal pour la finesse, donc la surface optimale :

$$Cx_{profil}=\frac{Cz^2}{\pi\cdot\lambda}$$, donc

$$\boxed{Cz_{optimal}=\sqrt{\pi\cdot\lambda\cdot Cx_{profil}}}$$

En reportant le Cz dans l'équation de portance, on trouve

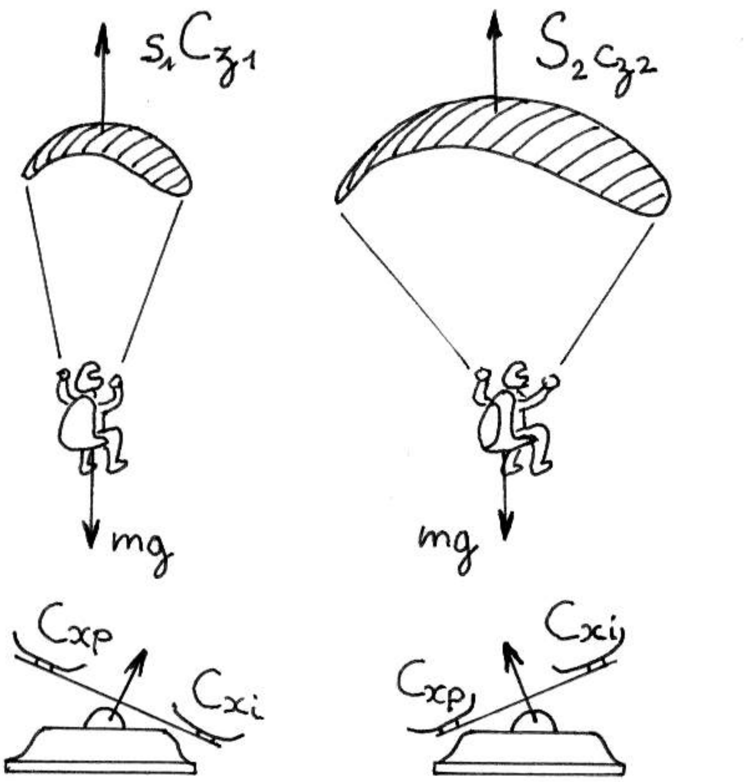
$$Sp_{optimale}=\frac{2\cdot m\cdot g}{\rho\cdot V^2\cdot Cz_{optimal}}$$, et il faut multiplier cette surface projetée par le rapport d'aplatissement rs=S/Sp pour obtenir la surface vraie :

$$S_{optimale}=\frac{2\cdot m\cdot g\cdot rs}{\rho\cdot V^2\cdot Cz_{optimal}}$$, ou bien

$$S_{optimale}=\frac{2\cdot m\cdot g\cdot rs}{\rho\cdot V^2\cdot\sqrt{\pi\cdot\lambda\cdot Cx_{profil}}}$$

Je tiens la démonstration à la disposition de ceux qui le souhaitent. Il faut reporter dans l'expression de la finesse toutes les composantes de la traînée en fonction du Cz, dériver cette expression en Cz, et annuler cette dérivée. On obtient de cette façon la condition sur le Cz optimal, et le reste en découle.

Plus simplement, on peut "sentir" cet équilibre nécessaire entre les 2 traînées induite et de frottement sur la fig. 3. Si la surface est trop petite, le Cz est trop élevé et la traînée induite aussi. Si la surface est trop grande, c'est la traînée de frottement qui devient trop élevée. La "bonne" valeur est l'équilibre entre les deux, lorsque Cxi=Cxp.



$S_1 C_{z1} = S_2 c_{z2}$

$S_2 > S_1$

$C_{z1} > c_{z2}$

L'expression de la finesse optimale est la suivante :

$$f_{optimale}=\frac{1}{2\cdot rs\cdot\sqrt{\frac{Cx_{profil}}{\pi\cdot\lambda}}+\frac{\rho\cdot V^2}{2\cdot m\cdot g}\cdot T_{parasite}}$$

Les deux expressions de la surface optimale et de la finesse optimale permettent d'analyser en gros leur comportement en fonction des différents paramètres de définition :

- la surface optimale pour la finesse doit être proportionnelle à la masse embarquée. Elle est inversement proportionnelle au carré de la vitesse de définition (on s'en doutait…). Elle diminue avec l'allongement (plus celui-ci est faible, plus la surface doit être grande, voir les valeurs très peu optimales de la Brizair), et doit augmenter lorsque le profil est plus performant.

- La finesse maximale atteignable en utilisant la surface optimale est d'autant plus élevée que l'aplatissement est proche de 1, que le profil est performant, que l'allongement est élevé et la traînée parasite faible (là aussi, on s'en doutait). Plus embêtant, elle diminue avec le carré de la vitesse de définition. Par contre elle augmente avec la masse de définition.

Ainsi, il vaut mieux être un pilote lourd sous une grande voile qu'un pilote léger sous la même voile de plus petite surface. Par ailleurs, en supposant la traînée parasite peu augmentée sur un biplace (les pilotes sont l'un derrière l'autre…), la finesse atteignable est plus élevée tout simplement à cause de la masse et de la surface plus élevée. Cela pose quelques questions quant aux finesses affichées par les constructeurs, qui sont toutes équivalentes quelles que soient les tailles, ce qui serait étonnant d'après ce que l'on vient de voir…

Pour aller plus loin, les quelques applications numériques qui suivent permettent de se faire une idée sur la sensibilité aux différents paramètres.

Choisissons dans un premier temps des données de définition correspondant à une bonne intermédiaire perfo, pour une masse totale de 100 kg, à une vitesse de définition de 36 km/h :

masse	$m := 100$	kg	rapport S/Sp	$rs = 1.111$	
pesanteur	$g := 9.81$	m/s²	allongement	$\lambda := 6$	
densité air	$\rho := 1.2$	kg/m3	Cx profil	$Cxp := 0.015$	
vitesse	$V := 10.$	m/s	trainées parasites	$Tpar := 0.8$	m²
	$V \cdot 3.6 = 36$	km/h			

Les valeurs optimales sont dans ce cas **Czopt=0.532, Sopt=34 m², fopt=8.95**

La surface semble très élevée, mais c'est à ce prix qu'on atteint la meilleure perfo. On peut cependant réduire la surface sans trop diminuer la finesse :

Si **S=29 m²** par exemple, la finesse devient f=**8.8**, pour un Cz de définition un peu plus élevé, **Cz=0.62**. Le fait que la finesse varie peu vient du fait, comme on le verra sur les courbes plus loin, que la fonction finesse=f(surface) est stationnaire proche du maximum pour les surfaces voisines de 30 m².

Supposons maintenant que l'on imagine une réduction exacte de la voile pour un pilote plus léger de 20 kg, en conservant le Cz de vol et les autres paramètres de définition. La finesse optimale diminue sensiblement. Elle devient **f=8**, pour une surface de **23.2 m²**. On vérifie que les petites surfaces d'un même modèle sont moins performantes.

Si l'on veut optimiser la voile pour une vitesse de vol supérieure, **40 km/h** par exemple, la finesse optimale atteignable diminue, **f=8.5** pour une surface de **27.7 m².** Pour rattraper cette perte, il faut diminuer les traînées parasites, par exemple en utilisant un harnais cocon pour le pilote, et en travaillant le suspentage.

Dans le cas où l'on s'intéresse à une voile de compétition optimisée à **40 km/h**, d'allongement 7, avec un pilote lesté pour atteindre **110 kg** en poids total volant, et une chasse à la traînée parasite qui amène celle-ci à 0.65 m² au lieu de 0.9, on arrive à une finesse de **9.75** pour une surface de **28.2 m²**, et un Cz un peu plus élevé (à cause de l'allongement).

Enfin, le cas de la Brizair 88, diamétralement opposé, nous permet d'analyser l'adaptation de cette voile à l'époque. En effet, l'allongement très faible de 2.6, en prenant un profil peu optimisé de Cxp=0.02 et une vitesse de définition de 33 km/h, nous donne un Cz optimal assez faible de 0.4, et il aurait fallu une surface de **52 m²** (!!) pour obtenir la finesse optimale de **5.6,** valeur incompatible de la sécurité. La surface réelle de **23 m²** avec un Cz de 1 ne permettait d'atteindre que **4**, et c'était déjà pas mal.

On constate donc que la course à l'allongement a permis d'obtenir à l'heure actuelle une adaptation entre le besoin d'une surface pas trop élevée pour conserver une charge alaire suffisante, et le besoin de surface lié à la performance.

Plus généralement, les courbes suivantes permettent par exemple de connaître l'évolution de la finesse en fonction de la surface pour 5 "tailles" de voile différentes adaptées à des masses totales volantes variant de 80 à 120 kg par pas de 10 kg, pour une vitesse de définition de 36 km/h.

masse variable $m := 80, 90 .. 120$ kg

pesanteur $g := 9.81$ m/s²

densité air $\rho := 1.2$ kg/m3

vitesse $V := 10$ m/s

surface variable $S := 15, 15.5 .. 40$ m²

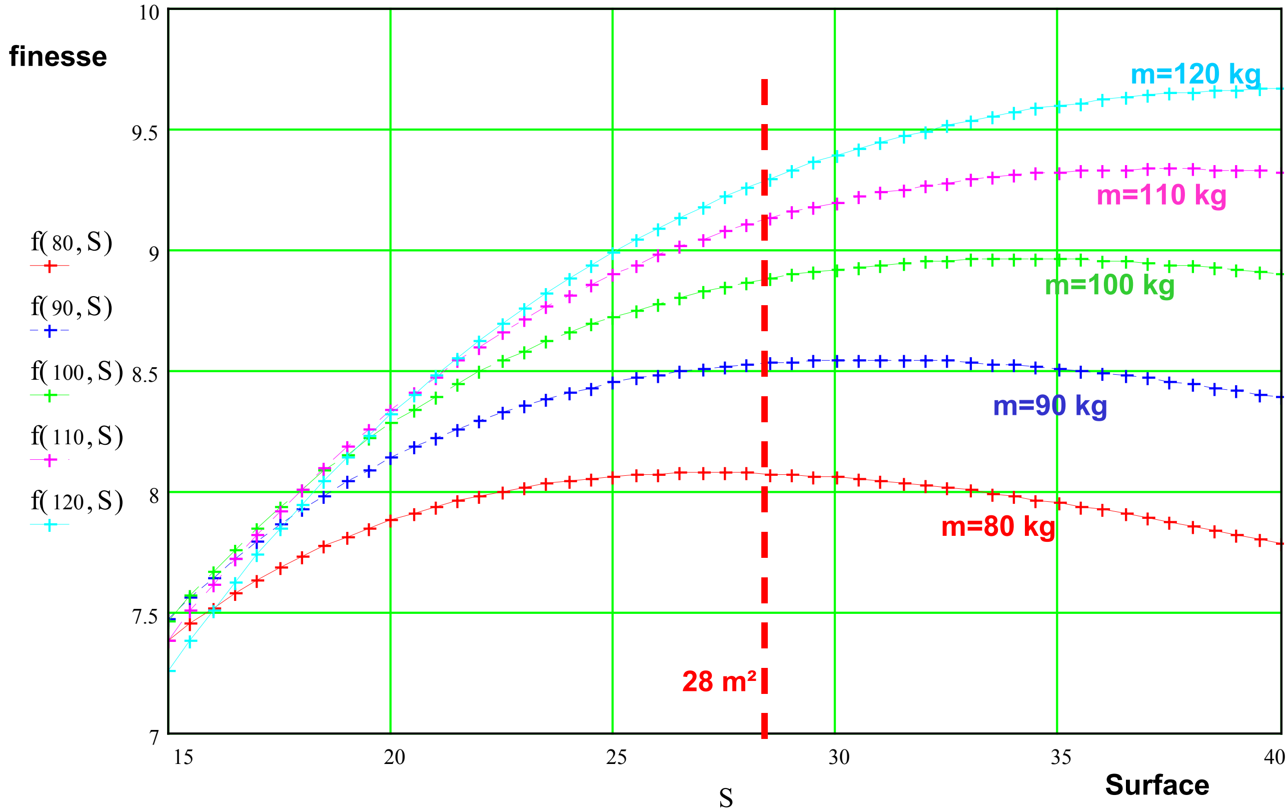
rapport S/Sp $rs := 1.11$

allongement $\lambda := 6$

Cx profil $Cxp := 0.015$

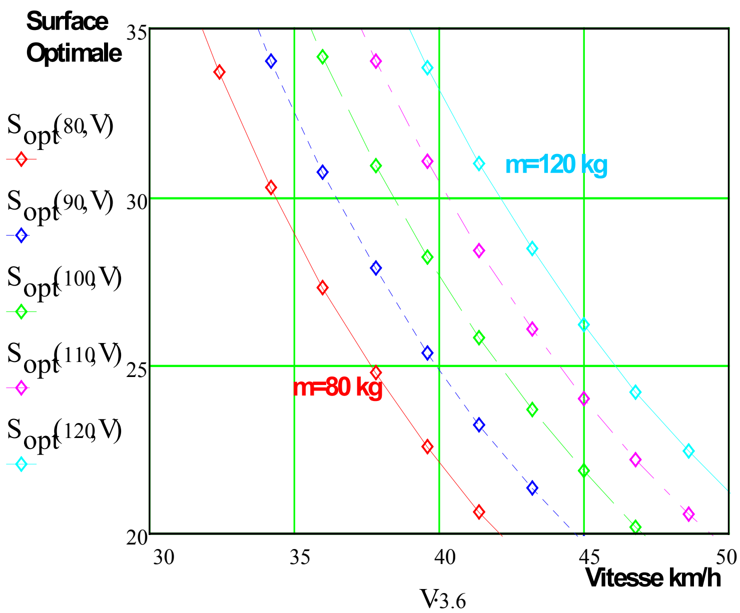
trainées parasites $Tpar := 0.8$ m²

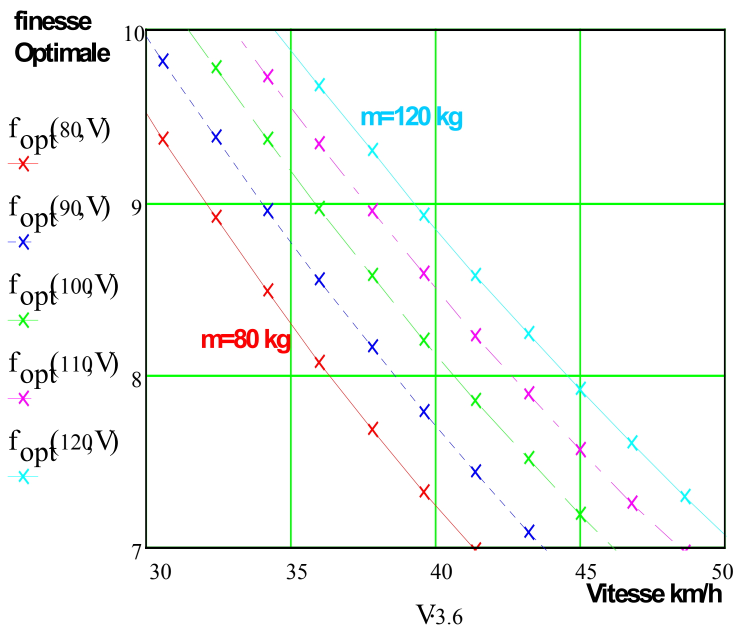
$$f(m,S) := \frac{2\cdot m\cdot g}{\rho\cdot V^2}\cdot\frac{1}{\left[Tpar + S\cdot Cxp + \left(\frac{2\cdot m\cdot g\cdot rs}{\rho\cdot V^2}\right)^2\cdot\frac{1}{\pi\cdot\lambda\cdot S}\right]}$$



On peut constater que si la "petite" plafonne à **8+** pour **25 à 27 m²**, on peut atteindre **9.6** de finesse sur la "grande" avec une surface de **35 m²**. Par ailleurs, en considérant le réseau de courbes pour une surface donnée, 28 m² , on vérifie qu'il vaut mieux concevoir une voile pour un pilote lourd, avec un Cz de travail élevé. Ne connaissant pas bien le milieu de la compétition, je mettrais tout de même ma main au feu que les pilotes de type "beau bébé bien charpenté…" comme Patrick Bérod par exemple, munis du lest maximum autorisé, utilisent des voiles faites sur-mesure par leurs constructeurs aux alentours des 35 m², et sont par là même avantagés par rapport aux poids plume.

Pour les 5 masses données, il est aussi intéressant de tracer la finesse maximale atteignable en fonction de la vitesse de définition, en supposant l'utilisation de la surface optimale.





Et pour les autres machines volantes ? :

Le raisonnement et les expressions présentés plus haut sont valables quel que soit le type de machine volante, du rigide au planeur de compétition, en passant par le Swift, et les quelques exemples qui suivent montrent que ces principes sont bien connus des concepteurs de l'aviation générale.

le cas d'un rigide, type Atos par exemple, est donné ci dessous, pour un calcul à 50 km/h (d'après données constructeur sur le net) :

masse maxi	$m := 150$	kg	rapport S/Sp	$rs := 1.$	
pesanteur	$g := 9.81$	m/s²	allongement	$\lambda := 12.1$	
densité air	$\rho := 1.2$	kg/m3	Cx profil	$Cxp := 0.012$	(estimé)
vitesse	$V := 14$	m/s	trainées parasites	$Tpar := 0.2$	m²
	$V \cdot 3.6 = 50.4$	km/h			

La surface optimale calculée serait de **18.6 m²**, un peu élevée par rapport à la surface réelle de l'Atos, pour une finesse maximale de **19.5**. La surface réelle de l'Atos est de **13.6 m²**, et l'on atteint une finesse calculée de **18.8**. La finesse constructeur est donnée pour 19.

Pour un Swift, qui serait calculé à une vitesse optimale de 60 km/h, les données seraient les suivantes :

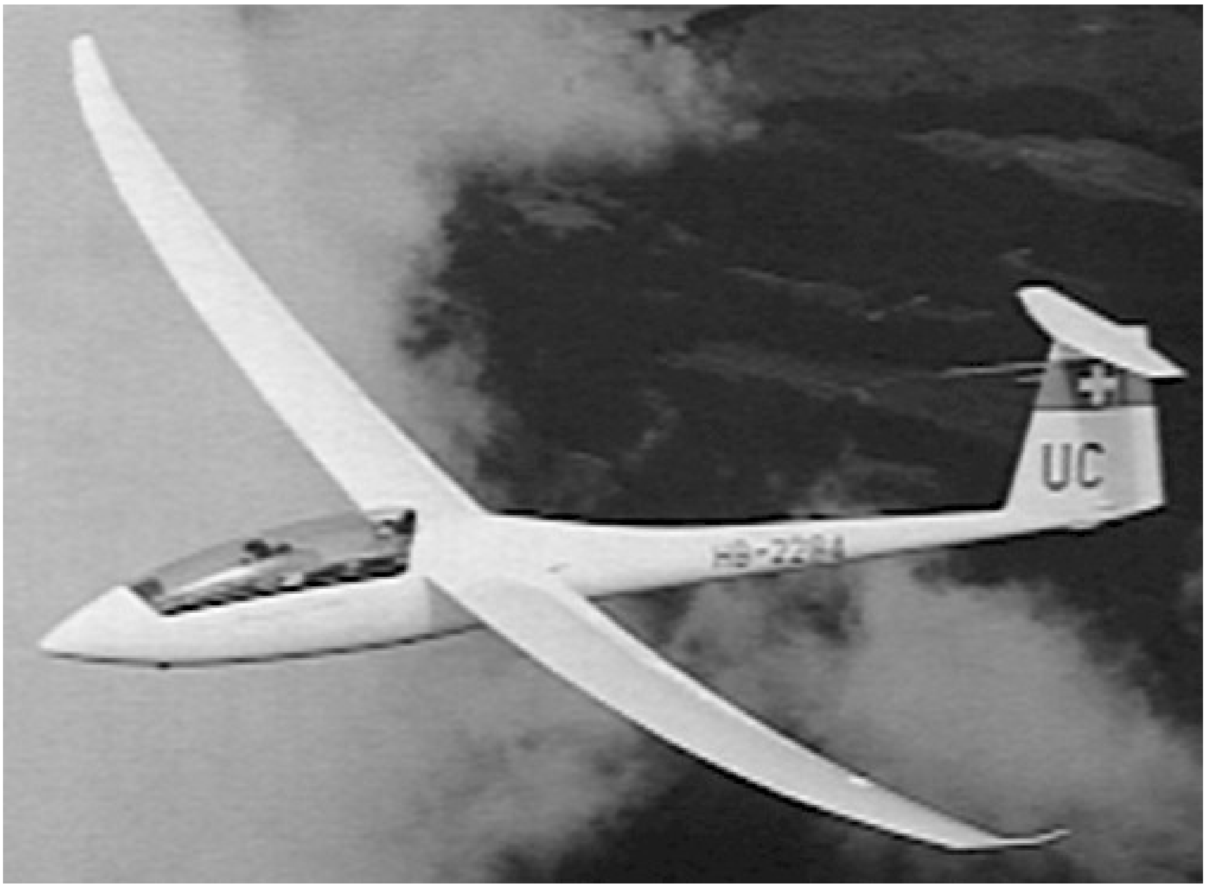
masse maxi	$m := 150$	kg	rapport S/Sp	$rs := 1.$	
pesanteur	$g := 9.81$	m/s²	allongement	$\lambda := 10.7$	
densité air	$\rho := 1.2$	kg/m3	Cx profil	$Cxp := 0.012$	(estimé)
vitesse	$V := 17$	m/s	trainées parasites	$Tpar := 0.1$	m²
	$V \cdot 3.6 = 61.2$	m/h			

Ces valeurs donnent une surface optimale de **13.4 m²**, là aussi un peu élevée, et une finesse optimale de **20.17**. Avec la surface réelle de **12.54 m²**, on atteint une finesse de **20.14**.

Enfin, l'application sur un planeur de compétition tel que le Nimbus 4 D, orchidée du vol à voile, donne aussi les bons ordres de grandeur (dans ce cas le respect du profil laminaire est presque parfait, et la valeur du Cxp est très proche de la valeur théorique) :

masse maxi	$m := 690$	kg	rapport S/Sp	$rs := 1.$	
pesanteur	$g := 9.81$	m/s²	allongement	$\lambda := 38.8$	
densité air	$\rho := 1.2$	kg/m3	Cx profil	$Cxp := 0.005$	(estimé)
vitesse	$V := 29.5$	m/s	trainées parasites	$Tpar := 0.05$	m²
	$V \cdot 3.6 = 106.2$	km/h			

La surface optimale calculée est dans ce ces de **16.6 m²**, un peu plus faible que la surface réelle de **17.86 m²**, et la finesse calculée est de l'ordre de **60**, approximativement la donnée constructeur.



En conclusion, si cette approche permet de comprendre l'une des facettes du dimensionnement des machines volantes et en particulier des parapentes, en termes de performance optimale, il existe bien sûr une foule d'autres facteurs qui peuvent influencer le choix d'une nouvelle voile, et au premier plan de ces facteurs la sécurité. En effet, s'il est finalement assez simple d'optimiser certains paramètres pour la performance, c'est une autre paire de manches de réaliser cette optimisation sans compromis sur la sécurité. Seuls les « grands » arrivent à cette quintessence de concevoir des voiles réunissant les deux.

Olivier Caldara
Bio Air Technologies
3 résidence de la source
78440 Issou
France

Tél: 01 30 93 59 12 ou 01 47 11 38 52 ou 06 12 21 47 23
Fax : 01 47 11 57 42
E-mail: oliv.calda@club-internet.fr

olivier.caldara@dassault-aviation.com